

Fachgebiet: Mathematik/Informatik

Mustererkennung

Wir haben uns gefragt, ob wir im täglichen Leben Muster erkennen. Mathe und Musik sind einige unserer Lieblingsfächer und darum haben wir versucht, in musikalischen Stücken bzw. Liedern mit Hilfe der Mathematik Muster zu erkennen. Wir wollten herausfinden, ob besonders bekannte bzw. harmonische Lieder sich in ihrer Struktur ähneln. Um das zu untersuchen, haben wir die Noten der verschiedenen Lieder (Weihnachtslieder, Kinder- und Volkslieder, sonstige Lieder und 1 Song von „Boyzone“) mathematisch dargestellt und herausgefunden, welche Notenkombination am häufigsten vorkommen. In der **einfachen Darstellung** zeigten die meisten Lieder zwei Maxima in der Notenhäufigkeit, die einen Abstand von 2 bis 3 Noten aufweisen. Wir haben bemerkt, dass in den harmonischen Liedern das G und A am häufigsten in den Maxima der Noten zu finden sind. Oft finden wir auch folgende Noten in den Maxima: tiefes D, tiefes E, F, H und hohes C. Das tiefe C und das hohe E kommen in den Maxima sehr selten vor, das hohe D gar nicht.

Von den 30 untersuchten Liedern haben 1/6 die Maxima der Noten bei CG. Häufig sind auch HG und AF. Seltene Kombinationen sind ED, HE, HF, AG, EC und ED. Die Maxima der meisten Weihnachtslieder, Kinder- und Volkslieder liegen in den Bereich der am häufigsten anzutreffenden Notenkombinationen. Da es sich bei den Liedern um alte, eingängige und leicht nach zu singende Lieder handelt, könnte dies als ein Zeichen von Harmonie bzw. Muster gedeutet werden.

In der **erweiterten Darstellung**, bei der zusätzlich die Noten mit Vorzeichen einbezogen wurden, liegen die kombinierten Maxima der Notenlieder wieder auf einer Linie. Das gleiche Bild sahen wir auch in der vereinfachten Darstellung. Das ist wieder ein Muster, das als Zeichen von Harmonie in den verschiedenen Liedern gesehen werden kann, nur dass mit der erweiterten Darstellung ein mathematischer Fingerabdruck von jedem Lied erstellt werden kann, durch den man erkennen kann, dass keines unserer Lieder wie das andere ist. Trotzdem konnten wir zeigen, dass die Lieder in ihren Notenmaxima ein Muster zeigen, das wir als Zeichen von Harmonie deuten. So viel Spaß hat Mathe noch nie gemacht!

Wie sind wir vorgegangen?

Wir haben in Weihnachtsliedern, Volksliedern, Kinderliedern und aktuellen Hits jeder Note eine Zahl zugeordnet. Das tiefe C hat die Zahl 10, das tiefe D 9, usw. ...bis zum hohen E mit der Zahl 1.

Dann gibt es noch die Zuordnung der anderen Noten: Des/Cis mit 9,5; Es/Dis mit 8,5; bis zum F/Fis mit 0,5.

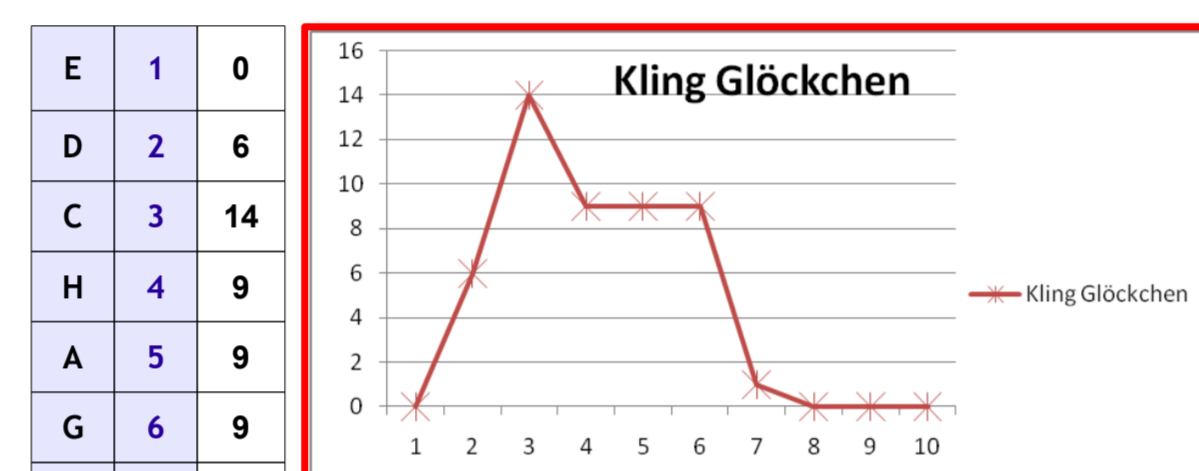
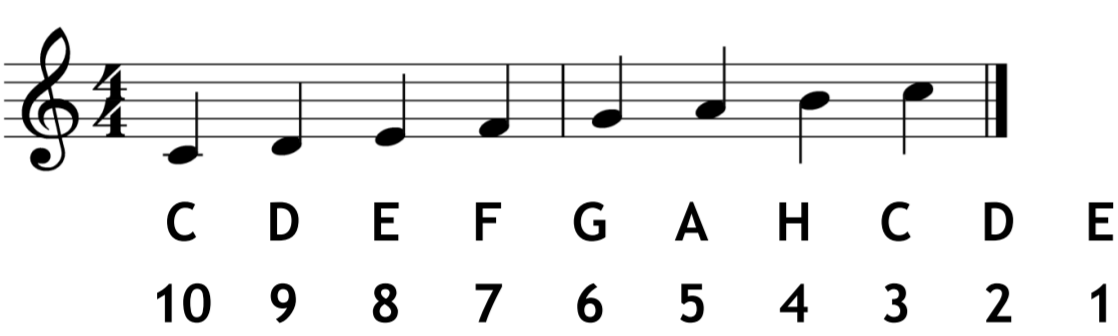


Tabelle 2 und Diagramm: Häufigkeit der im Lied von „Kling Glöckchen“ vorkommenden Noten

Wir haben viele Lieder auf diese Weise dargestellt. Wir bemerkten, dass sie oft 2 Maxima in dem Diagramm hatten, also in jedem Lied 2 Noten besonders oft vor kamen. Am Beispiel von dem Lied „Kling Glöckchen“ haben wir die Maxima bei dem hohen C und dem G; also bei „CG“. Die Maxima in dem Diagramm von „Kling Glöckchen“ haben wir in der Tabelle 3 eingetragen (!).

Tabelle 3: Darstellung der Maxima der Noten verschiedener Lieder

		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
		C	D	E	F	G	A	H	C	D	E
1	E			1							
2	D										
3	C					1	1				
4	H										
5	A										
6	G					1	1				
7	F										
8	E										
9	D										
10	C										

Erklärung der **einfachen Darstellung** am Beispiel des Weihnachtsliedes „Kling Glöckchen“

Jetzt haben wir uns das Weihnachtslied „Kling Glöckchen“ vorgenommen und die Noten in dem Lied in der unteren Tabelle 2 eingetragen. Damit die Tabelle nicht zu lang wird, haben wir die Lieder in Abschnitte von bis zu 12 Noten eingeteilt. Durch Farben haben wir die Reihenfolge der Notenpakete wie folgt festgelegt:

Das 1. Notenpaket zeigt den Beginn des Liedes: „Kling Glöckchen klingelnd, kling Glöckchen kling“. Das 2. **Notenpaket** ist: „Lasst mich ein ihr Kinder, ist so kalt der Winter“. Das 3. **Notenpaket** ist: „öffnet mir die Türen, lasst mich nicht erfrieren“. Das 4. **Notenpaket** ist: „Kling Glöckchen klingelnd, kling Glöckchen kling“. Falls ein Lied noch mehr Zeilen in der Strophe hat, haben wir noch das 5. **Notenpaket**, 6. **Notenpaket** und 7. **Notenpaket**.

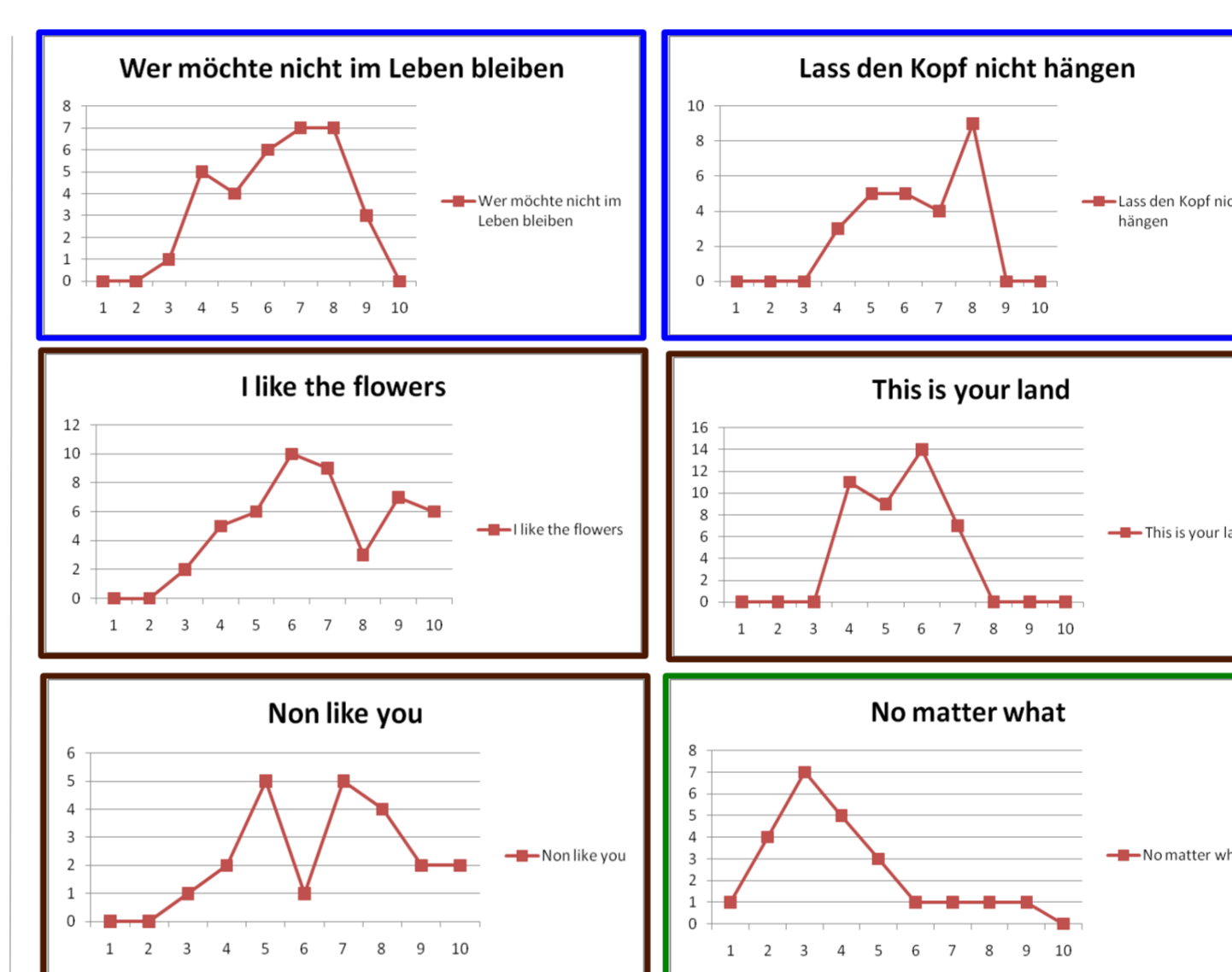
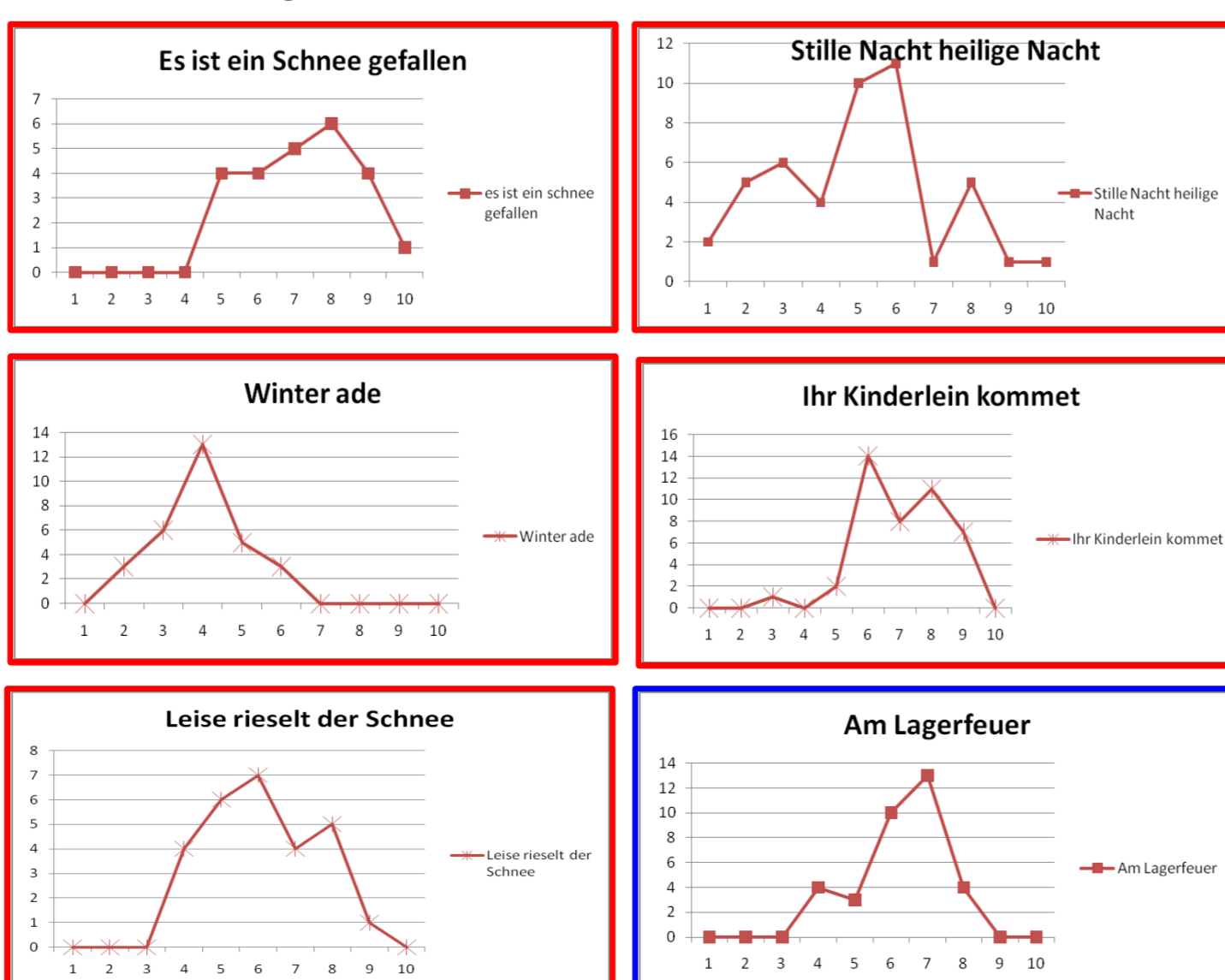


Bild: Noten von Kling Glöckchen (www.free-notes.net)

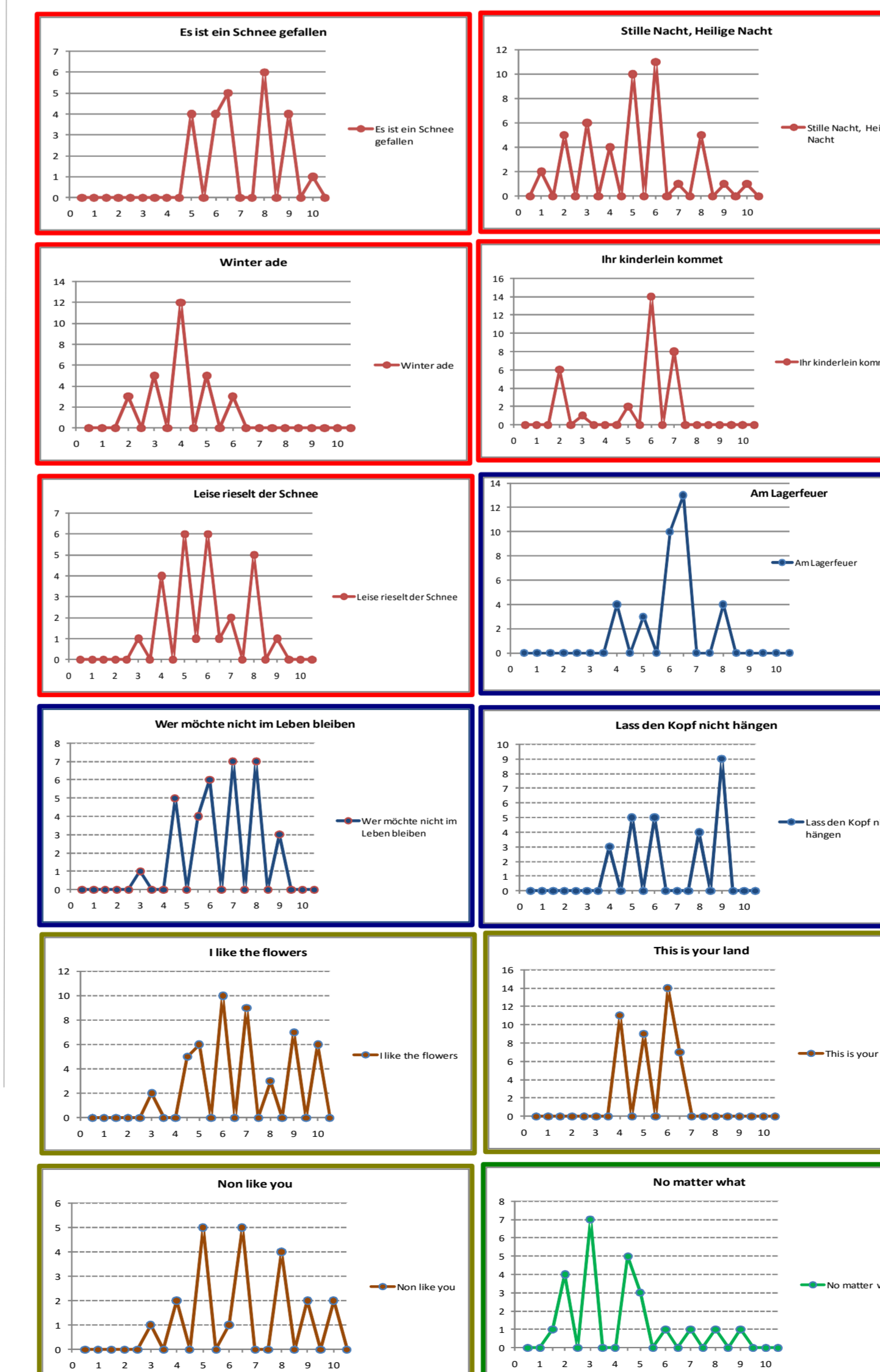
Tabelle 1: 1. bis 4. Notenpaket von „Kling Glöckchen“

E	1										
D	2					2	2	2			2
C	3	3			3	3	3	3	3	3	3
H	4			4	4			4	4	4	4
A	5			5	5			5			5
G	6	6	6			6					6
F	7										7
E	8										
D	9										
C	10										

Wir haben 30 verschiedene Weihnachtslieder, Volkslieder, Kinderlieder und aktuellen Hits untersucht und die Maxima in der Notenverteilung ermittelt. Diagramme verschiedener Lieder: Häufigkeit der in den Liedern vorkommenden Noten



Bei der **erweiterten Darstellung** werden zusätzlich die Noten mit Vorzeichen einbezogen. Mit dieser Darstellung kann man einen mathematischen Fingerabdruck von jedem Lied erstellen, denn keines unserer Lieder sieht aus wie das andere.



Für die Auswertung der Maxima haben wir uns die vier größten Notenmaxima aus dem Diagramm genommen (von links nach rechts). Im Diagramm 2 sieht man z.B., dass das D 6mal, das hohe C 14mal, das A 9mal und das G 9mal im Lied vorkommt.

In der Tabelle 5 sind die Maxima der Noten der verschiedenen Lieder zusammen gestellt. Jetzt hatten wir ein Problem die vier Maxima in dem Lied im Diagramm zu zeigen. Da haben wir uns überlegt, die ersten beiden Maxima zusammen zu legen und die letzten beiden auch. Also von dem Lied „Kling Glöckchen“ haben wir ja DC und AG. Diesen Kombinationen haben wir Zahlen von 1 bis 361 zugeordnet (siehe Tabelle 7). Also 1. Maximum ist DC (entspricht der Zahl 63) und 2. Maximum ist AG (entspricht der Zahl 163).

Tabelle 4: Zuordnung von Zahlen zu den Kombinationen der Notenmaxima

EF	1	EAF	51	CCC	101	BC	151	GGG	201	ED	251	DD	301	HA	351
FE	2	EAE	52	CH	102	BH	152	GGH	202	ECB	252	DCB	302	HA	352
FB	3	EAB	53	CB	103	AB	153	GF	203	EC	253	DC	303	HG	353
FD	4	EAD	54	CA	104	AB	154	GE	204	EB	254	DC	304	HB	354
FCB	5	EACB	55	CA	105	AA	155	GE	205	EB	255	CB	305	HB	355
FC	6	EAC	56	CG	106	AD	156	GD	206	EA	256	CB	306	HE	356
FH	7	EAH	57	CA	107	ACB	157	GC	207	EA	257	CB	307	HE	357
FB	8	EAB	58	CF	108	AC	158	GC	208	EG	258	CB	308	HD	358
FA	9	EAF	59	Ce	109	AH	159	GH	209	EF	259	CB	309	HCB	359
FAB	10	EAB	60	Ce	110	AB	160	GH	210	EF	260	CB	310	HC	360
FG	11	EAD	61	CD	111	AA	161	FH	211	EE	261	CB	311	HH	361
FFH	12	DCB	62	CCB	112	AA	162	FH	212	EE	262	CB	312		
FF	13	DC	63	CC	113	AP	163	FHD	213	ED	263	CA	313		
FE	14	DE	64	CH	114	AF	164	FH	214	EE	264	CA	314		
FE	15	DE	65	HF	115	AF	165	FH	215	EE	265	CA	315		
FD	16	DA	66	HE	116	AE	166	FH	216	EE	266	CA	316		
FCB	17	DAB	67	HE	117	AE	167	FH	217	EE	267	CA	317		
FC	18	DG	68	HD	118	AD	168	FHA	218	EE	268	CA	318		
FH	19	DEH	69	HCB	119	ACB	169	FHA	219	EE	269	CA	319		
FB	20	DE	70	HE	120	AE	170	FH	220	EE	270	CA	320		
EE	21	DE	71	HH	121	AH	171	FH	221	EE	271	CA	321		
EES	22	DES	72	HB	122	AH	172	FH	222	EE	272	CA	322		
ED	23	DE	73	HA	123	AE	173	FH	223	EE	273	CA	323		
ECB	24	DCB	74	HA	124	AE	174	FH	224	EE	274	CA	324		
EC	25	DC	75	HG	125	AHD	175	FHD	225	EE	275	CA	325		
EHE	26	DE	76	HA	126	AE	176	FH	226	EE	276	CA	326		
EB	27	CE	77	HE	127	AH	177	FH	227	EE	277	CA	327		
Ea	28	CE	78	HE	128	AH	178	FH	228	EE	278	CA	328		
Ea	29	CE	79	HE	129	AB	179	FH	229	EE	279	CA	329		
EG	30	CE	80	HD	130	AA	180	FE	230	EE	280	CH	330		
EFH	31	CE	81	HCB	131	AA	181	FE	231	EE	281	CH	331		
EF	32	CE	82	HCB	132	AB	182	FE	232	EE	282	CH	332		
EF	33	CE	83	HCB	133	AB	183	FE	233	EE	283	CH	333		
EES	34	CE	84	HB	134	AH	184	FE	234	EE	284	CH	334		
ED	35	CE	85	HB	135	AH	185	FE	235	EE	285	CH	335		
EES	36	CE	86	HB	136	AH	186	FE	236	EE	286	CH	336		
EC	37	CE	87	BD	137	AH	187	FE	237	EE	287	CH	337		
EH	38	CE	88	HCB	138	AB	188	FE	238	EE	288	CH	338		
EH	39	CE	89	HCB	139	AB	189	FE	239	EE	289	CH	339		
EHE	40	CE	90	HB	140	AH	190	FE	240	EE	290	CH	340		
EES	41	CE	91	BB	141	GF	191	FE	241	EE	291	CH	341		
EAD	42	CE	92	BA	142	GE	192	FE	242	EE	292	CH	342		
ECB	43	CE	93	BA	143	GE	193	FE	243	EE	293	CH	343		
EC	44	CE	94	BD	144	GD	194	FE	244	EE	294	CH	344		
EAB	45	CE	95	BA	145	GE	195	FE	245	EE	295	CH	345		
EaB	46	CE	96	BE	146	GC	196	FE	246	EE	296	CH	346		
EaA	47	CE	97	BE	147	GH	197	FE	247	EE	297	CH	347		
EaB	48	CE	98	BE	148	GH	198	FE	248	EE	298	CH	348		
EaG	49	CE	99	BD	149	GA	199	FE	249	EE	299	CH	349		
EaF	50	CE	100	BC	150	GA	200	EE	250	DE	300	HB	350		

Jetzt hatten wir aus 4 Variablen 2 gemacht und konnten sie darstellen. In dem Diagramm 3 sind die kombinierten Maxima der Notenhäufigkeit der Lieder (siehe Tabelle 5) dargestellt. Wir haben aus jedem Lied die vier größten Notenmaxima genommen und die ersten beiden und letzten beiden miteinander kombiniert.

Mustererkennung durch zweidimensionale Darstellung von vier Variablen bzw. Notenmaxima

